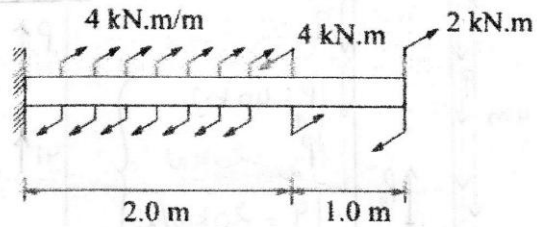


Fiche TD N°04: LA TORSION

Exercice 01:

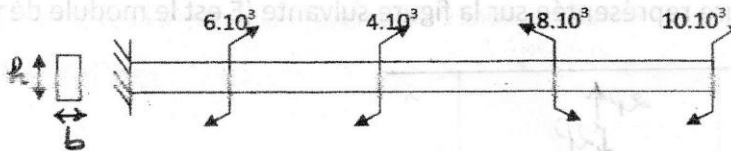
Vérifier la résistance et la rigidité de la barre ci-dessous sachant que le diamètre $d = 100 \text{ mm}$, $G = 8 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$, $[\tau] = 0.7 [\sigma] = 40 \text{ N/mm}^2$, et $[\phi]/L = 0.3^\circ/\text{m}$.

On trace le diagramme du moment de torsion pour déterminer la valeur maximale.



Exercice 02:

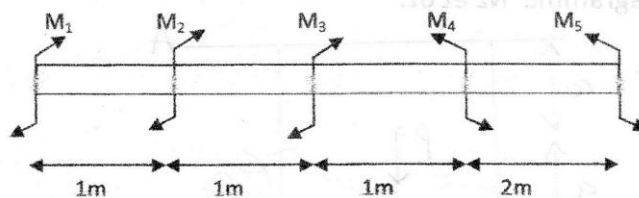
Déterminer les dimensions de la section de la poutre étudiée. Le rapport des côtés de la section est: $h/b=2$. La contrainte admissible de torsion est 500 kgf/cm^2 .



Exercice 03:

Déterminer le diamètre de l'arbre et vérifier la rigidité si la contrainte admissible est 400 kgf/cm^2 et le module d'élasticité transversale $G=8 \cdot 10^5 \text{ kgf/cm}^2$. on admet que $[\phi]=0.3^\circ$ sur 1m de longueur.

$M_1 = -7.10^3 \text{ Kgf.cm}$, $M_2 = -5.10^3 \text{ Kgf.cm}$, $M_3 = -5.10^3 \text{ Kgf.cm}$, $M_4 = 20.10^3 \text{ Kgf.cm}$, $M_5 = 3.10^3 \text{ Kgf.cm}$.



~ SOL TD : LA TORSION ~

Exo 1: Pour pouvoir faire la vérification à la résistance, on doit déterminer le M_t max de torsion.

$$\sum M / \text{encastrement} = 0 \Rightarrow M_e + 2 - 4 + 4 \cdot 2 = 0.$$

$$M_e = -6 \text{ kN.m.}$$

Troignon I : $0 \leq x \leq 2 \text{ m}$: $M = 4x - 6$.

$$M(0) = -6 \text{ kN.m} ; M(2 \text{ m}) = 2 \text{ kN.m.}$$

Troignon II : $2 \text{ m} \leq x \leq 3 \text{ m} \Rightarrow M$

$$M = -6 + 4 \cdot 2 - 4 = -2 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Donc } M_t^{\max} = |6 \text{ kN.m}| \text{ à } \frac{1}{3}$$

* Vérification à la résistance :

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 16}{\pi (10^2)^3} = 30,57 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \ll [\tau]$$

\Rightarrow condition vérifiée.

$$\text{avec } (W_p = \frac{I_p}{d/2} = \frac{\pi \cdot d^4}{32 \cdot d/2} = \frac{\pi d^3}{16})$$

* Vérification à la rigidité :

$$\varphi_{\max} = \frac{M_t \cdot L}{G \cdot I_p} \ll [\varphi] \Rightarrow \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 1,25 \cdot 10^4} = 0,023 \ll \frac{0,3}{3}$$

Exercice 02:

$$\sum M / E = 0 \Rightarrow$$

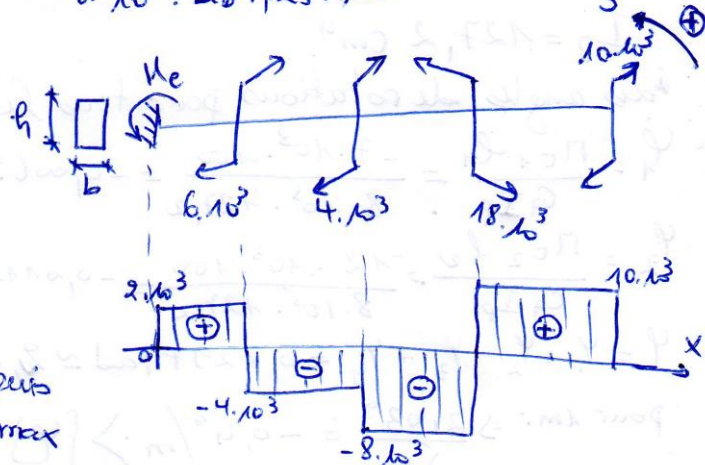
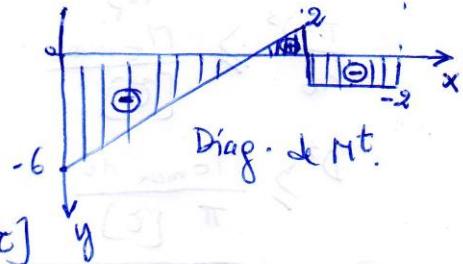
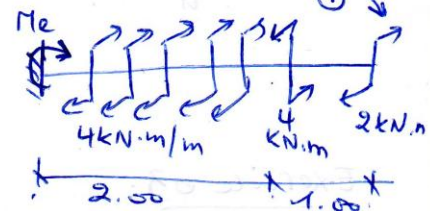
$$M_e - 6 - 4 + 18 - 10 = 0$$

$$M_e = 2 \cdot 10^3 \text{ kgf.cm.}$$

* On dessine le diagramme des moments de torsion puis on détermine la valeur max du $M_t = 10 \cdot 10^3 \text{ kgf.cm.}$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p} \ll [\tau] \Rightarrow 1$$

$$I = \frac{bh^3}{12} \Rightarrow W = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = \frac{bh^2}{6} \quad \left(\frac{h}{b} = 2 \Rightarrow b = \frac{h}{2} \right).$$



on remplace: $w = \frac{h^3}{12}$

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{h^3} \cdot 12 = \frac{12 \cdot 10^4}{h^3} \leq [\tau] \Rightarrow h^3 \geq \frac{12 \cdot 10^4}{500}$$

$$\Rightarrow h \geq 6,21 \approx 7 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow b \approx 3,5 \text{ cm.}$$

Exercice 03:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{t \max}}{W_p} \leq [\tau]$$

$$\frac{\pi D^3}{16} \geq \frac{M_{t \max}}{[\tau]}$$

$$D^3 \geq \frac{M_{t \max} \cdot 16}{\pi [\tau]}$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 17.000}{\pi \cdot 400}}$$

$$\Rightarrow D \approx 6 \text{ cm.}$$

sachant que:

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi b^4}{32}$$

$$I_p = 127,2 \text{ cm}^4$$

* les angles de rotations pour tous les tronçons de l'arbre:

$$\varphi_1 = \frac{M_{t1} l_1}{G I_p} = \frac{-7 \cdot 10^3 \cdot 100}{8 \cdot 10^5 \cdot 127,2} = -0,0069 \text{ rad}, \quad \varphi_3 = -0,0157 \text{ rad.}$$

$$\varphi_2 = \frac{M_{t2} l_2}{G I_p} = \frac{-12 \cdot 10^3 \cdot 100}{8 \cdot 10^5 \cdot 127,2} = -0,0115 \text{ rad}; \quad \varphi_4 = +0,0057 \text{ rad.}$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0,0297 \text{ rad} \approx 0,028^\circ \text{ par } 5 \text{ m.}$$

$$\text{pour } 1 \text{ m.} \Rightarrow \frac{2,103^\circ}{5 \text{ m}} = -0,4^\circ/\text{m} > [\varphi] = 0,3^\circ/\text{m.}$$

Puisque $\varphi > [\varphi] \Rightarrow$ il faut augmenter le diamètre de l'arbre pour assurer la condition de rigidité.

